

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Ταχύτητες σωματιδίων

Μετατοπίσεις σωματιδίων

Κίνηση σωματιδίων

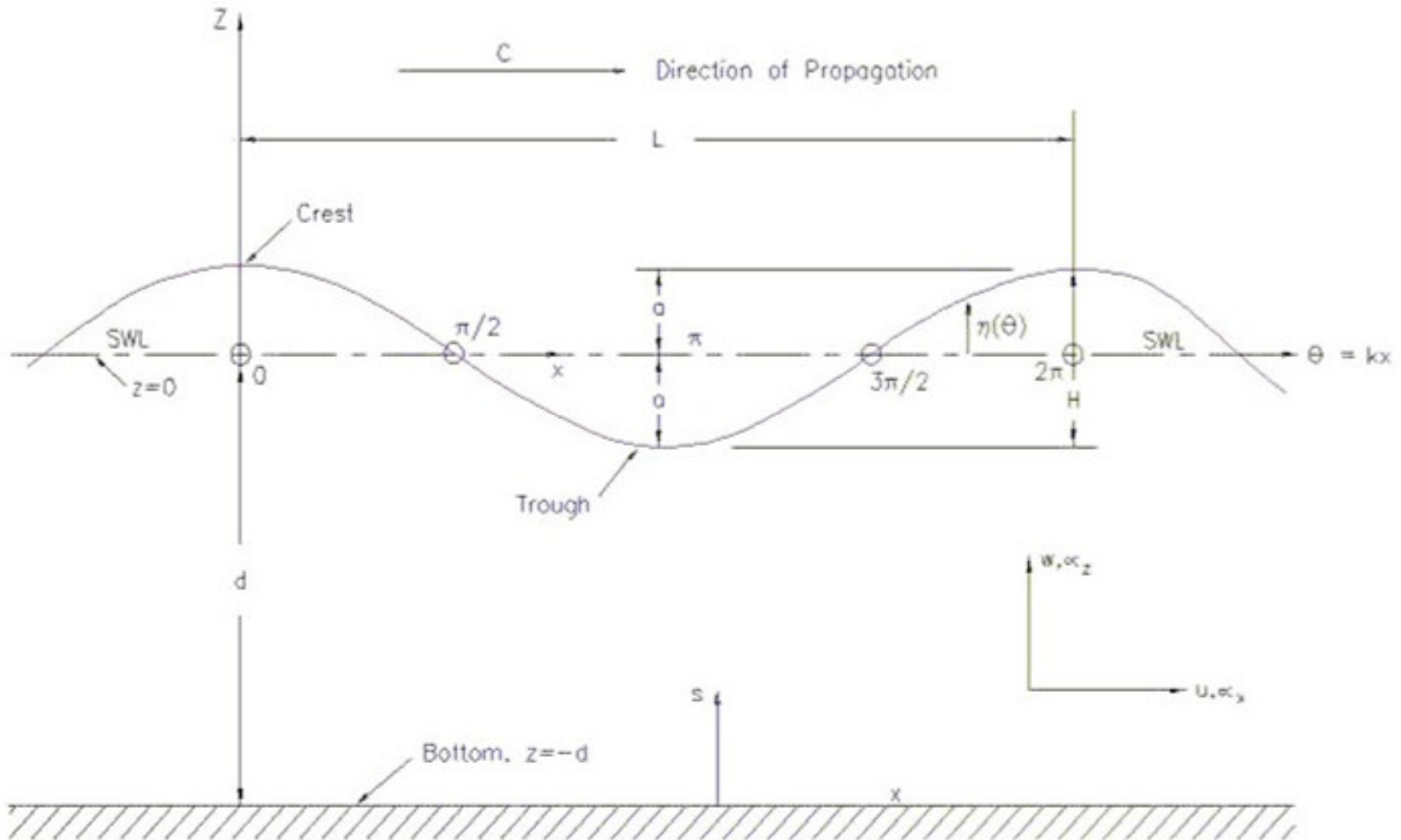
Πίεση

Ενέργεια Κύματος

Μετάδοση κυματικής ενέργειας

Ταχύτητα ομάδας κύματος

ΟΡΙΣΜΟΙ



ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ

ΣΧΕΣΗ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ

$$\omega^2 = gk \tanh(kd) \quad (1)$$

$$\phi = -\frac{H}{2} \frac{g}{\omega} \frac{\cosh k(z+d)}{\cosh kd} \sin(kx - \omega t) \quad (2)$$

$$u = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad w = -\frac{\partial \phi}{\partial z}$$

$$u = \frac{H}{2} \frac{gk}{\omega} \frac{\cosh k(z+d)}{\cosh kd} \cos(kx - \omega t) \quad (3)$$

$$w = \frac{H}{2} \frac{gk}{\omega} \frac{\sinh k(z+d)}{\cosh kd} \sin(kx - \omega t) \quad (4)$$

ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΙΣ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ

$$\zeta = \int u dt \quad (5)$$

$$\zeta = -\frac{H}{2} \frac{gk}{\omega^2} \frac{\cosh k(z+d)}{\cosh kd} \sin(kx - \omega t) \quad (6)$$

$$\xi = \int v dt \quad (7)$$

$$\xi = \frac{H}{2} \frac{gk}{\omega^2} \frac{\sinh k(z+d)}{\cosh kd} \cos(kx - \omega t) \quad (8)$$

$$\zeta = -A \sin(kx - \omega t) \quad \xi = B \cos(kx - \omega t) \quad (9)$$

$$\left(\frac{\zeta}{A}\right)^2 + \left(\frac{\xi}{B}\right)^2 = \sin^2(kx - \omega t) + \cos^2(kx - \omega t) = 1 \quad \text{Έλλειψη !!} \quad (10)$$

ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΙΣ

$$A = \frac{H}{2} \frac{gk}{gk \tanh(kd)} \frac{\cosh k(z+d)}{\cosh kd} = \frac{H}{2} \frac{\cosh k(d+z)}{\sinh(kd)} \quad (11)$$

$$B = \frac{H}{2} \frac{gk}{gk \tanh(kd)} \frac{\sinh k(z+d)}{\cosh kd} = \frac{H}{2} \frac{\sinh k(d+z)}{\sinh(kd)} \quad (12)$$

Ρηχά νερά $d/L < 1/20$:

$$A = \frac{H}{2} \frac{1}{kd} = \frac{HL}{4\pi d} \quad \text{Σταθερό !!} \quad (13)$$

$$B = \frac{H}{2} \frac{k(d+z)}{kd} = \frac{H}{2} \left(1 + \frac{z}{d}\right) \quad (14)$$

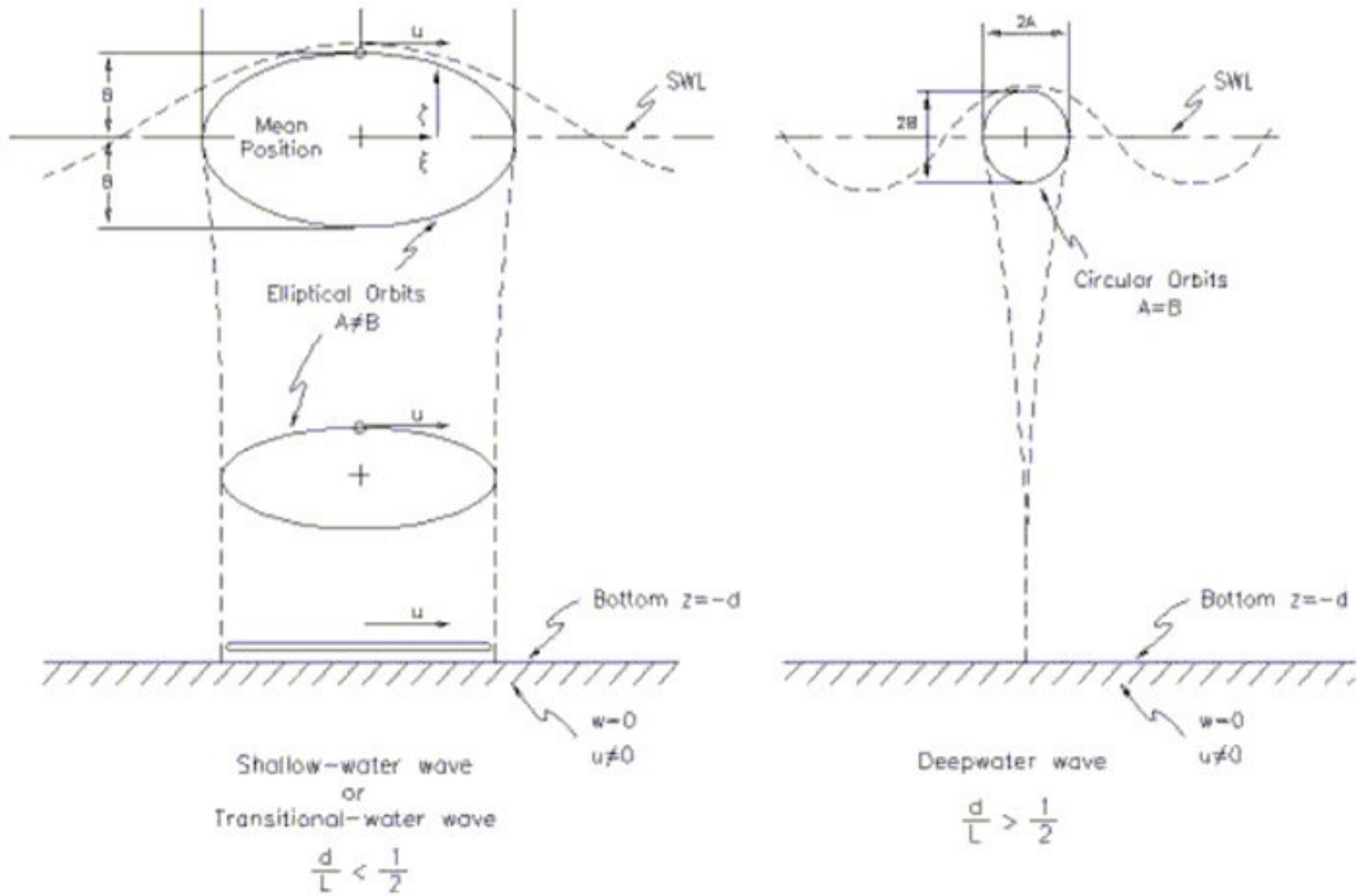
Βαθιά Νερά $d/L > 1/2$

$$A = \frac{H}{2} \frac{e^{k(d+z)}}{e^{kd}} = \frac{H}{2} e^{kz} \quad (15)$$

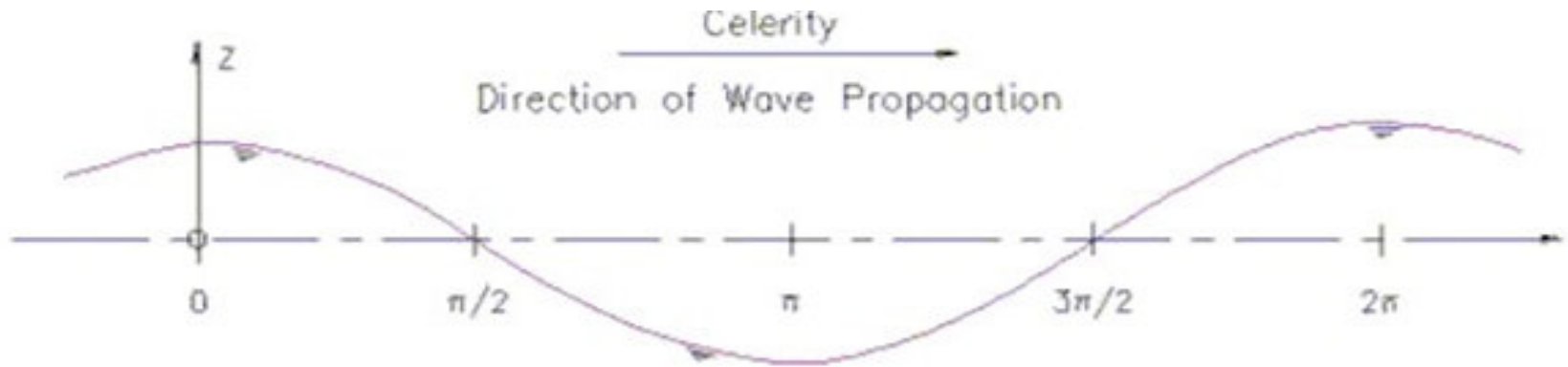
$$B = \frac{H}{2} e^{kz} \quad (16)$$

$$A = B \quad \text{Κύκλος!!} \quad (17)$$

ΚΙΝΗΣΗ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ

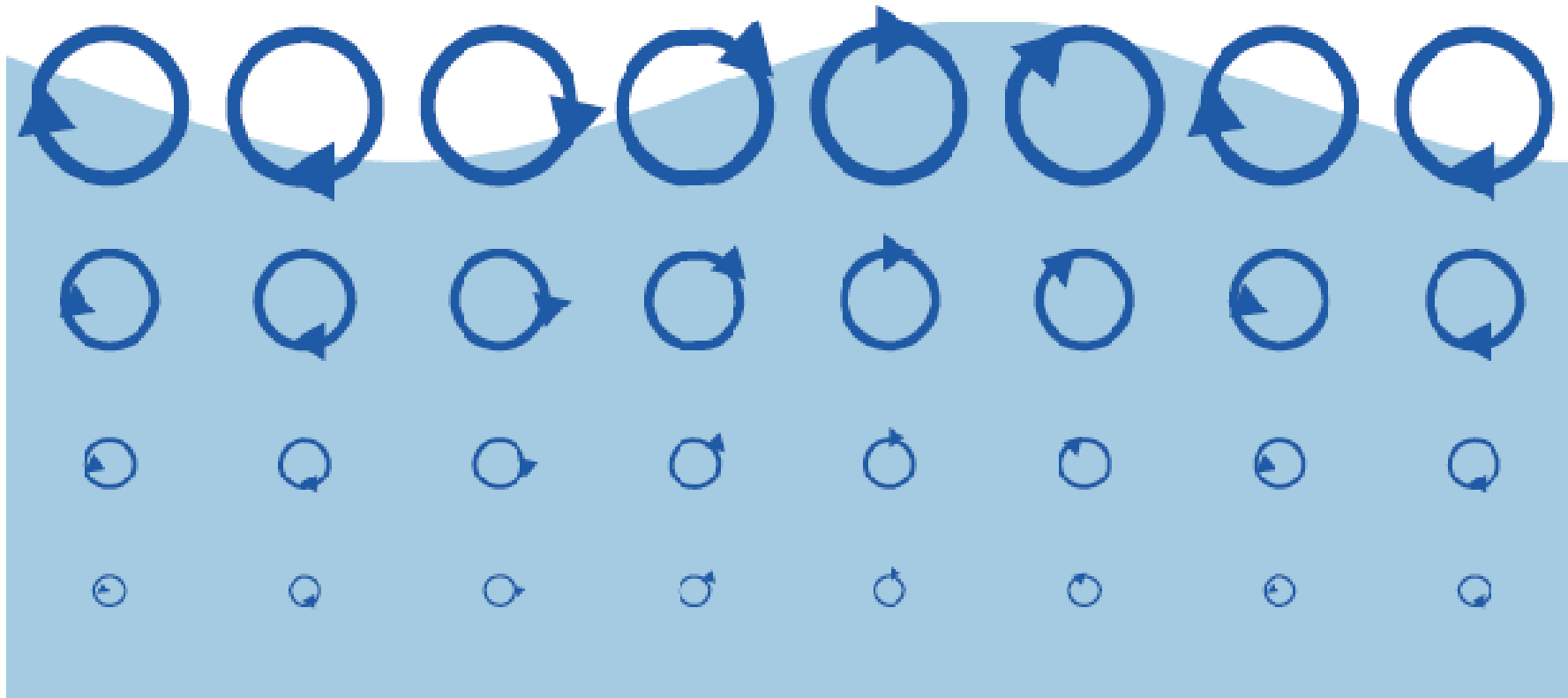


ΚΙΝΗΣΗ



Velocity	 $u=+; w=0$	 $u=0; w=+$	 $u=-; w=0$	 $u=0; w=-$	 $u=+; w=0$
Acceleration	 $\alpha_x=0; \alpha_z=-$	 $\alpha_x=+; \alpha_z=0$	 $\alpha_x=0; \alpha_z=+$	 $\alpha_x=-; \alpha_z=0$	 $\alpha_x=0; \alpha_z=-$
θ	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π

ΚΙΝΗΣΗ



ΠΙΕΣΗ

$$\frac{P}{\rho} + gz - \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (18)$$

$$\frac{P}{\rho g} = \frac{H}{2} \frac{\cosh k(z+d)}{\cosh kd} \cos(kx - \omega t) - z \quad (19)$$

$$\boxed{\frac{P}{\rho g} = \eta \frac{\cosh k(z+d)}{\cosh kd} - z} \quad (20)$$

Δυναμική

Υδροστατική

ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΚΥΜΑΤΟΣ

Ολική Ενέργεια = Δυναμική + Κινητική Ενέργεια

$$E = E_p + E_k \quad (21)$$

$$E_p = \int_0^L \rho g \frac{(d + \zeta)^2}{2} dx = \rho g \frac{H^2 L}{16} \quad (19)$$

$$E_k = \int_0^L \int_{-d}^0 \frac{\rho}{2} (u^2 + w^2) dz dx = \rho g \frac{H^2 L}{16} \quad (20)$$

$$\boxed{E = \rho g \frac{H^2 L}{8}} \quad \text{Ενέργεια σε μήκος } L \text{ και βάθος } d \quad (21)$$

$$\boxed{\bar{E} = \rho g \frac{H^2}{8}} \quad \text{Ενέργεια ανά μήκος κύματος}$$

ΜΕΤΑΔΟΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Έργο = Δύναμη x Απόσταση

Έργο = Πίεση x Εμβαδόν Επιφάνειας x Απόσταση

Μετάδοσης Ενέργειας = Πίεση x Εμβαδόν Επιφάνειας x Απόσταση / Χρόνο

Μετάδοσης Ενέργειας = Πίεση x Εμβαδόν Επιφάνειας x Ταχύτητα

$$P = \int_{-d}^0 P_d u dz \quad (22)$$

$$P = \int_{-d}^0 \rho g \frac{H}{2} \frac{\cosh k(z+d)}{\cosh kd} \cos(kx - \omega t) \frac{H}{2} \frac{gk}{\omega} \frac{\cosh k(z+d)}{\cosh kd} \cos(kx - \omega t) dz \quad (23)$$

$$P = \rho g \frac{H^2}{4} \frac{\omega}{2k} \left(\frac{2kd}{\sinh 2kd} + 1 \right) \cos^2(kx - \omega t) \quad (24)$$

ΜΕΤΑΔΟΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

$$\bar{P} = \frac{1}{L} \int_0^L \rho g \frac{H^2}{4} \frac{\omega}{2k} \left(\frac{2kd}{\sinh 2kd} + 1 \right) \cos^2(kx - \omega t) dx \quad (25)$$

$$\bar{P} = \frac{1}{L} \rho g \frac{H^2}{8} C \left(\frac{2kd}{\sinh 2kd} + 1 \right) \frac{1}{2} L \quad (26)$$

$$\bar{P} = \bar{E} \frac{C}{2} \left(\frac{2kd}{\sinh 2kd} + 1 \right) \quad (27)$$

$$\boxed{\bar{P} = \bar{E} C_g} \quad (28)$$

$$\boxed{C_g = \frac{C}{2} \left(\frac{2kd}{\sinh 2kd} + 1 \right)} \quad (29)$$